

DM2

Exercice 1 (VARIABLES EXPONENTIELLES). Soit X une variable aléatoire à valeurs réelles distribuée selon une loi exponentielle de paramètre 1.

1. Montrer que $U = X/\lambda$ suit une loi exponentielle de paramètre λ .
2. Donner la loi de la variable aléatoire $V = 1 + \lfloor X \rfloor$, où $\lfloor \cdot \rfloor$ désigne la partie entière.
3. Donner la loi de $W = \sqrt{X}$.
4. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire $Y = \min(X, a)$, où $a > 0$.
La variable Y a-t-elle une densité? Pour cette dernière question on pourra montrer que si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ est intégrable pour la mesure de Lebesgue alors $t \mapsto \int_{-\infty}^t f(s)ds$ est continue sur \mathbb{R} .