

MAP 361 - Aléatoire

Josselin Garnier et Nizar Touzi

2019-2020

Quelques infos: tout est sur le moodle

- Il y a une unique page moodle pour le cours et les PCs.
- 9 blocs (cours + PC).

Suivez le rythme du cours pour ne pas accumuler du retard...
- Cours en vidéo d'1h30 (streamée ou téléchargée), à voir de préférence avant ou pendant le créneau d'amphi prévu dans l'emploi du temps (vendredi matin, parfois jeudi); transparents en pdf téléchargeables.
- PC par zoom, lundis après-midis, 1 heure par sous-groupe;
1er sous-groupe = 1ère moitié des élèves sur la liste du groupe;
2nd sous-groupe = 2ème moitié.
 - ▶ Feuille d'exercices disponible à la fin du cours précédent la PC (ou avant), contient :
 - 1) quelques exercices types corrigés;
 - 2) des exercices (avec indications) à préparer pour la PC;
 - 3) des exercices supplémentaires.
 - ▶ Chaque élève doit rédiger un exercice toutes les deux semaines à rendre au chargé de PC avant mercredi 20h (voir instructions sur moodle); le 1er sous-groupe rend les semaines paires, le 2nd les semaines impaires.

Quelques infos: projets de simulation

- Formation Python :
 - ▶ Cours en vidéo d'1h30 (streamée ou téléchargée), à voir de préférence avant ou pendant le créneau d'amphi prévu dans l'emploi du temps (lundi 27 avril matin); transparents téléchargeables.
 - ▶ TP (2 heures), avec notebook jupyter fourni et zoom.
 - ▶ Responsable : Arvind Singh, arvind.singh@math.u-psud.fr.
 - ▶ Voir moodle MAP361P.
- Projet de simulation en python et en binôme :
 - ▶ Les inscriptions obligatoires et par binôme ouvriront le 4 mai et se clôtureront le 15 mai à minuit (former les binômes le plus tôt possible).
 - ▶ Numerus clausus : 13 binômes par projet (faire une liste de choix).
 - ▶ On recommande fortement de remettre le projet sous forme de notebook jupyter.
 - ▶ Date de remise des projets : 3 juillet.

Quelques infos: tutorat

- Soutien tutorat : séances zoom (les vendredis à 18h).
 - ▶ Destiné aux élèves qui n'ont (quasiment) pas fait de probabilités.
- Test pour les élèves : le premier amphi contient essentiellement des choses que vous êtes censées connaître (à part Borel-Cantelli). Si vous n'y comprenez rien, le tutorat est fait pour vous.
- ▶ Responsable tutorat MAP 361 : Luca Ganassali, luca.ganassali@inria.fr.
 - ▶ Inscription auprès de la responsable du tutorat : Lucile Anglès, lucile.angles@polytechnique.edu.
 - ▶ Voir moodle MAP361T.

Quelques infos: évaluation

- Note de module :
 - ▶ 10% QCM hebdomadaires.
 - ▶ 15% QCM final.
 - ▶ 35% projet.
 - ▶ 40% exercices de PC.
- QCM hebdomadaires : sur le moodle du cours, ouvert de la fin de l'amphi au mercredi suivant à minuit.
- QCM final : sur le moodle du cours, ouvert le jour du contrôle de 3:00 à 22:00.

Plan du cours: 3/4 probabilités + 1/4 statistique

Leçon 1 : Exemples de modèles discrets

- probabilité discrète, loi uniforme et calcul combinatoire
- probabilité conditionnelle, probabilités totales, formule de Bayes
- événements indépendants
- lemme de Borel-Cantelli
- lois discrètes, espérance, fonctions génératrices
- loi et espérance conditionnelle pour des lois discrètes

Leçon 2 : Probabilités et variables aléatoires réelles

- tribu, tribu borélienne, probabilité, espace de probabilité
- variable aléatoire réelle
- fonction de répartition
- variable aléatoire réelle à densité
- lois uniforme, exponentielle, normale
- simulation par inversion de la fonction de répartition

Leçon 3 : Variables aléatoires réelles et vecteurs aléatoires

- espérance (intégrale de Lebesgue), variance
- calcul de la loi d'une v.a. réelle par la méthode de la fonction muette (changement de variable)
- inégalités: Markov, Jensen, Bienaymé-Chebyshev
- vecteur aléatoire, loi jointe, lois marginales, Fubini
- vecteur aléatoire à densité

Leçon 4 : Vecteurs aléatoires - Lois conditionnelles

- espérance, covariance, Cauchy-Schwarz
- loi et espérance conditionnelle pour des vecteurs à densité
- régression linéaire
- variables indépendantes
- méthode de simulation par rejet

Leçon 5 : Calcul de lois - Vecteurs gaussiens

- somme de variables aléatoires indépendantes : variance, produit de convolution
- loi gamma, loi chi²
- calcul de la loi par la méthode de la fonction muette en dimension n (changement de variable)
- algorithme de Box-Muller
- vecteur gaussien

Leçon 6 : Convergences - Loi des grands nombres

- convergence d'une suite de v.a. : en probabilité, en moyenne (L1), presque sûre
- théorème de convergence monotone et Fatou
- théorème de convergence dominée
- lois des grands nombres : faible, forte
- application statistique : histogramme

Leçon 7 : Convergence en loi - Théorème de la limite centrale

- méthode de Monte Carlo
- convergence en loi : fonction de répartition, théorème de Slutsky
- fonction caractéristique, cas d'une somme de v.a. indépendantes, théorème de Lévy
- théorème de la limite centrale pour des v.a. réelles

Leçon 8 : Applications du théorème de la limite centrale: Estimation statistique

- théorème de la limite centrale pour des vecteurs aléatoires
- méthode delta
- estimation statistique :
 - ▶ estimateurs empiriques
 - ▶ méthode des moments
 - ▶ estimateur du maximum de vraisemblance

Leçon 9 : Statistique: Intervalle de confiance - Sondages

- intervalles exacts pour le modèle gaussien
- résultats asymptotiques
- applications aux sondages et Monte Carlo